# Метод выбора поставщиков материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий для машиностроительного предприятия

*Лысенков А. И., к. т. н., профессор, заместитель генерального директора по качеству ООО «ЗДТ «РЕКОМ»; Нюман Д. С., менеджер дирекции по маркетингу ООО «ЗДТ «РЕКОМ»; Пацовская Л. А., соискатель СПбГУСЭ*

На практике для организации производства продукции руководителям ООО «Завод деталей трубопроводов «РЕКОМ» приходится сталкиваться с проблемой, связанной с выбором поставщиков ряда полуфабрикатов, необходимых для изготовления продукции собственного производства. Решение такой проблемы представляет собой весьма сложный и многогранный процесс и связано с решением оптимизационных задач. Одной из основных является задача оптимизации затрат на поставку материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий.

При решении задачи оптимизации затрат на поставку материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий (в дальнейшем портфеля заказов) необходимо производить экономическую оценку множества поставщиков и выбрать то подмножество поставщиков, которое с экономической точки зрения оправдано, т. е. все затраты портфеля заказов сведены к минимуму. Трудности здесь связаны с тем, что в настоящее время отсутствуют общие методы, пригодные для решения таких задач, а многие процессы обоснования решений этих задач, особенно на ранней стадии выбора поставщиков, не подлежат формализации и приходится делать полный перебор решений, что ведет к потери времени и экономически не оптимальным решениям. Поэтому рассмотрим один из подходов в решении задачи оптимизации портфеля заказов — выбор оптимального подмножества поставщиков.

Рассмотрим одну из форм стандартизации — симплификацию. В соответствии с рядом пособий по стандартизации, под симплификацией понимается процесс, заключающийся в уменьшении количества поставщиков материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий до технически и экономически целесообразного удовлетворения существующих потребностей производства, т. е. в итоге выбор оптимального подмножества поставщиков.

Следует различать простую и оптимальную симплификацию. Под простой симплификацией понимается процесс сокращения равнозначных поставщиков материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий или таких поставщиков с другими типами материалов (полуфабрикатов и комплектующих изделий) для производства продукции с меньшей или равной стоимостью.

Оптимальная симплификация представляет процесс, связанный с определением сокращенного набора поставщиков материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий для изготовления сложной системы, обеспечивающих удовлетворение существующих потребностей производства с минимальной стоимостью (оптимальный портфель заказов).

Как правило, простая симплификация поставщиков не дает наибольшего экономического выигрыша. Рассмотрим это на примере изготовления фланцевых соединений. Для его изготовления необходимы следующие элементы: $S_1$ — поковки, $S_2$ — паронит, $S_3$ — калиброванный прокат круглый и $S_4$ — калиброванный прокат шестигранный. Отдел фланцевых соединений завода «РЕКОМ» провел оценку всех поставщиков и их возможности по поставке необходимых элементов. Результаты сведены в табл. 1.

*Таблица 1. Возможный набор материалов, полуфабрикатов и комплектующих изделий для изготовления фланцевых соединений*

| Поставщик $P_i$ | Стоимость поставки в усл. ед. ($C_i$) | Элементы поставки (Sj) | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ |
| $P_1$ | 50 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $P_2$ | 60 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $P_3$ | 30 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $P_4$ | 80 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $P_5$ | 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |

В результате простой симплификации (см. табл. 1) можно исключить поставщиков $P_2$ и $P_3$. При этом исключении, лицо принимающее решение базируется на следующих рассуждениях. Поставщики $P_1$ и $P_2$ обладают одинаковыми возможностями, т. е. $P_1 = \{S_1, \hat{S}_2, S_3, \hat{S}_4\}$ и $P_2 = \{S_1, \hat{S}_2, S_3, \hat{S}_4\}$, но их стоимости разные, поэтому целесообразно исключить $P_2$, т. к. $C_2 > C_1$. Поставщик $P_3$ является дополнением по возможностям поставщика $P_4$, т. е. $\{S_j\}_3 \in \{S_j\}_4$, то $P_4$ целесообразно оставить. В совокупности оставшиеся поставщики $P_1$, $P_4$ и $P_5$ реализуют полный набор потребностей (оптимальный портфель заказов), необходимых для производства продукции, т. е. $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$. При этом экономический выигрыш составит 90 условных единиц.

Однако максимальный экономический выигрыш достигается при оптимальной симплификации, т. е. при исключении поставщиков $P_1$, $P_2$ и $P_4$. В этом случае оставшиеся поставщики $P_3$ и $P_5$ обеспечивают весь набор элементов $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ для производства фланцевых соединений, а величина выигрыша при этом составит 190 условных единиц.

> ***Симплификация*** *— (франц. simplification — упрощение) метод унификации, состоящий в рациональном ограничении номенклатуры разрешаемых к применению объектов (изделий, материалов, норм, требований и т. д.).*
>
> *Большой энциклопедический политехнический словарь*

Следует заметить, что в настоящее время методы оптимизации процесса симплификации применительно к больше размерным задачам разработаны недостаточно. Поэтому в качестве одного из подходов к решению наиболее размерной задачи оптимальной симплификации по критерию стоимости рассмотрим матричный метод.

Пусть задано некоторое множество элементов полного набора для производства продукции (материалы, полуфабрикаты, комплектующие изделия),

$$S = \{s_1, s_2, \ldots, s_j, \ldots, s_n\}, \quad (1)$$

которые могут быть реализованы исходным множеством поставщиков.

$$P = \{p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_m\} \quad (2)$$

Каждый поставщик $p_i \in P$ характеризуется стоимостью поставки $c_i \in C$. Возможности каждого поставщика $p_i$ в реализации множества потребностей S описываются характеристической вектор — функцией

$$w_i = \{\omega_{i1}, \omega_{i2}, \ldots, \omega_{ij}, \ldots, \omega_{in}\}. \quad (3)$$

Компоненты вектора $w_i$ являются бивалентными функциями и принимают значения $\omega_{ij}=1$, если поставщик $p_i$ может поставить элемент $s_j$, и $\omega_{ij}=0$ — в противном случае. Вектор $w_i=0$, если поставщик $p_i$ не может поставить ни одного элемента $s_j \in S$ для изготовления продукции.

Вектор-функция wi каждому поставщику $p_i \in P$ ставит в соответствие некоторое подмножество элементов $s_j \in S$. Следовательно, отношение между множествами P и S можно описать характеристической матрицей размерностью m×n, имеющей вид

$$W = \left\| \begin{matrix} \omega_{11}\ \omega_{12} \ldots \omega_{1n} \\ \omega_{21}\ \omega_{22} \ldots \omega_{2n} \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ \omega_{m1}\ \omega_{m2} \ldots \omega_{mn} \end{matrix} \right\| \quad (4)$$

В дальнейшем матрицу W с элементами $\omega_{ij}$ и размерностью m×n будем записывать в виде

$$W = \| \omega ij \|_{mn} \| . \quad (5)$$

Матрица W является прямоугольной, а при m=n квадратной и не имеет нулевых строк и столбцов. Определитель этой матрицы обозначим через detW.

Каждому поставщику $p \in P$ поставим в соответствие некоторую переменную выбора $x_i$, принимающую значение x=1, если поставщик $p_i$ удовлетворяет по поставкам хотя бы по одному элементу из общего набора элементов $w_i$, и x=0 — в противном случае.

Бивалентный вектор $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_m\}$ будем называть решающей функцией. Значение функции X определяет допустимый набор (из всей исходной номенклатуры поставщиков), реализующий всю совокупность заданных элементов S (потребностей).

Выражение

$$G = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i \quad (6)$$

определяет суммарные затраты на реализацию всей совокупности потребностей S допустимым набором поставщиков $x_i \in X$ и может рассматриваться как целевая функция задачи оптимального выбора множества поставщиков $p_i \in P$.

Запишем математическую постановку задачи в матричной форме. Заданы матрица (5) и вектор

$$C = \| c_i \|_{m,1}. \quad (7)$$

Требуется найти решающий вектор

$$\| x_i^* \|_{1,m} = \| x_i \|_{1,m}, \quad (8)$$

удовлетворяющий ограничениям

$$\| \upsilon_j \|_{1,n} \geq 1, \quad (9)$$

где

$$\| \upsilon_j \|_{1,n} = \| x_i \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m,n}; \quad (10)$$

$$x_i = 1 \text{ или } x_i = 0, \quad (11)$$

и минимизирующий целевую функцию

$$G = \| x_i \|_{1,m} \| C_i \|_{m,1}. \quad (12)$$

Данная задача по условию (11) относится к задачам бивалентного программирования ($x_i$=0 или 1).

Рассмотрим метод решения такой задачи, который сводит ее при помощи преобразования в сопряженную задачу, в отношении которой применимы известные методы решения задач линейного программирования.

Матрицу $\| \omega_{ij} \|_{m,n}$ путем добавления столбцов или строк, а также с использование простой симплификации сведем к квадратной порядка m (случай m=n), которую обозначим

$$\| \omega_{ij} \|_{m,n} = \| \omega_{ij} \|_{m}.$$

Если матрица $\| \omega_{ij} \|_{m}$ имеет обратную матрицу $\| \omega_{ij} \|_{m}^{-1}$, то умножая выражение (10) справа на матрицу $\| \omega_{ij} \|_{m}^{-1}$, получим:

$$\| \upsilon_j \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1} = \| x_i \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1}. \quad (13)$$

Так как

$$\| \omega_{ij} \|_{m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1} = E_m,$$

а

$$\| x_i \|_{1,m} E_m = \| x_i \|_{1,m},$$

то имеем:

$$\| x_i \|_{1,m} = \| \upsilon_j \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1}, \quad (14)$$

где $E_m$ — единичная матрица порядка m.

Таким образом, компоненты решающего вектора $\| x_i \|_{1,m}$ можно получить в виде линейных комбинаций компонент целочисленного вектора $\| \upsilon_j \|_{1,m}$. Вектор $\| \upsilon_i \|_{1,m}$ будем считать сопряженным по отношению к искомому вектору $\| x_i \|_{1,m}$, а определение вектора $\| \upsilon_j \|_{1,m}$ — решением сопряженной задачи по отношению к задаче (7) — (12).

Если выражение (14) подставить в (12), то целевая функция G примет вид

$$G = \| \upsilon_j \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1} \| c_i \|_{m,1}. \quad (15)$$

Используя свойство матричного произведения $(VW^{-1})C=V(W^{-1}C)$ и обозначив постоянную часть через

$$\| \omega_{ij} \| m^{-1} \| c_i \|_{m,1} = \| l_i \|_{m,1}, \quad (16)$$

выражение для целевой функции (15) можно записать как

$$G = \| \upsilon_j \|_{1,m} \| l_i \|_{m,1}. \quad (17)$$

Таким образом, сопряженную задачу можно сформулировать так: найти минимум целевой функции

$$\min_{\upsilon_j} G = \| \upsilon_j \|_{1,m} \| l_i \|_{m,1} \quad (18)$$

при ограничениях на переменные $\upsilon_j$

$$0 \leq \| \upsilon_j \|_{1,m} \| \omega_{ij} \|_{m}^{-1} \leq 1; \quad (19)$$

$$\| \upsilon_j \|_{1,m} \geq 1; \quad (20)$$

$$\upsilon_j \text{ — целочисленные.} \quad (21)$$

Решением данной задачи будет вектор-строка

$$V^{-} = \{\upsilon_1^{-}, \upsilon_2^{-}, \ldots, \upsilon_m^{-}\}, \quad (22)$$

удовлетворяющий соотношению

$$G(V^{-}) = \min_{\{\upsilon_j^{-}\}} G(V). \quad (23)$$

Решение прямой задачи, соответствующее условию

$$G(X^{-}) = \min_{\{x_i^{-}\}} \sum_{i=1}^{m} c_i x_i, \quad (24)$$

находится из выражения (14), т. е.

$$\begin{Vmatrix} x_1^- \\ x_2^- \\ \cdot \\ x_m^- \end{Vmatrix} = \| \upsilon_1^-, \upsilon_2^-, \ldots, \upsilon_m^- \| \cdot \begin{Vmatrix} \omega_{11}, \omega_{12}, \ldots, \omega_{1m} \\ \omega_{21}, \omega_{22}, \ldots, \omega_{2m} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \omega_{m1}, \omega_{m2}, \ldots, \omega_{mm} \end{Vmatrix}. \quad (25)$$

Данная задача (18) относится к классу задач линейного целочисленного программирования с не булевыми переменными и выпуклой областью допустимых решений. Характер ограничений (20) и (21) сопряженной задачи позволяет применить для ее решения, разработанные в настоящее время методы целочисленного программирования (метод Гомори) или симплекс-метод без условия (21) целочисленности с использованием программы Excel.

Методику решения таких задач для наглядности рассмотрим на простом примере.

В соответствии с табл. 1 определить рациональный вариант поставщиков для поставки материалов, полуфабрикатов и покупных элементов при минимальной стоимости поставок для изготовления фланцевых соединений.

Для того, чтобы матрица W была квадратной, применим простую симплификацию с целью исключения из рассмотрения поставщика $P_2$, т. к. $C_2$=60 и он поставляет те же элементы, что и поставщик $P_1$, но стоимость поставок у последнего ниже, т. е. $C_1$=50. Тогда характеристическая матрица W и вектор стоимости С определяются как:

$$W = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix}, \; C = \begin{Vmatrix} 50 \\ 30 \\ 80 \\ 10 \end{Vmatrix}.$$

Вычислим определитель матрицы W. С этой целью разложим матрицу по элементам первой строки и получим:

$$\det W = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = -1.$$

Так как detW = -1, то матрица W является невырожденной. Следовательно, матрица обратима. Вычислим обратную матрицу $W^{-1}$ при помощи

$$W^{-1} = \frac{1}{\det W} \begin{Vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{Vmatrix}^T, \quad (26)$$

где $A_{ij}$ — алгебраическое дополнение элемента $\omega_{ij}$ матрицы W:

$\| A_{ij} \|^T$ — транспонированная матрица алгебраических дополнений.

Определим численное значение алгебраических дополнений элементов $\omega_{ij}$ матрицы W:

$$A_{11} = -1; \; A_{12} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = 1; \; A_{13} = 0; \; A_{14} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = 0;$$

$$A_{21} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = 1; \; A_{22} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = -2; \; A_{23} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = -1;$$

$$A_{24} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = 1; \; A_{31} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = -1; \; A_{32} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = 1;$$

$$A_{33} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = 1; \; A_{34} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = -1; \; A_{41} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = 1;$$

$$A_{42} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = 1; \; A_{43} = -1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix} = -1; \; A_{44} = 1 \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{Vmatrix} = 0.$$

Транспонируем матрицу алгебраических дополнений, получим:

$$\begin{Vmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{Vmatrix}^T = \begin{Vmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{Vmatrix}$$

В соответствии с (26) имеем обратную матрицу:

$$W^{-1} = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Вычислим вектор-столбец коэффициентов линейной формы в соответствии с (16):

$$L = W^{-1} \cdot C = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 50 \\ 30 \\ 80 \\ 10 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 90 \\ -60 \\ -40 \\ 50 \end{Vmatrix}.$$

Отсюда следует, что в сопряженной задаче необходимо минимизировать линейную форму

$$\min_{\upsilon_j} G = 90\upsilon_1 - 60\upsilon_2 - 40\upsilon_3 + 50\upsilon_4$$

при ограничениях:

$$0 \le \upsilon_1 - \upsilon_2 \le 1;$$
$$0 \le -\upsilon_1 + 2\upsilon_2 + \upsilon_3 - \upsilon_4 \le 1;$$
$$0 \le \upsilon_1 - \upsilon_2 - \upsilon_3 + \upsilon_4 \le 1;$$
$$0 \le -\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3 \le 1;$$
$$\upsilon_j \ge 1;$$
$\upsilon_j$ — целое число.

С использованием программы Excel решаем задачу линейного программирования и получаем

$$\upsilon^*_1 = 1; \; \upsilon^*_2 = 1; \; \upsilon^*_3 = 1; \; \upsilon^*_4 = 1.$$

После этого решаем основную задачу:

$$X^* = V^* W^{-1} = \| 1 \; 1 \; 1 \; 1 \| \cdot \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{Vmatrix} = \| 0 \; 1 \; 0 \; 1 \|,$$

что соответствует выбору второго и четвертого поставщиков поковок, паронита и калиброванного проката. При этом суммарные стоимости поставок будут минимальные:

$$G(X^-) = \min_{\{x_i^-\}} \sum_{i=1}^{m} c_i x_i = 40 \text{ усл. ед.}$$

С использованием данного подхода и применением разработанных программных средств, можно решать задачу по выбору поставщиков в больших размерностях и получать оптимальные портфели заказов при минимальных стоимостях поставок. Данный подход можно использовать и в других областях с целью оптимизации экономических затрат.

*Санкт-Петербург, январь 2012 года*